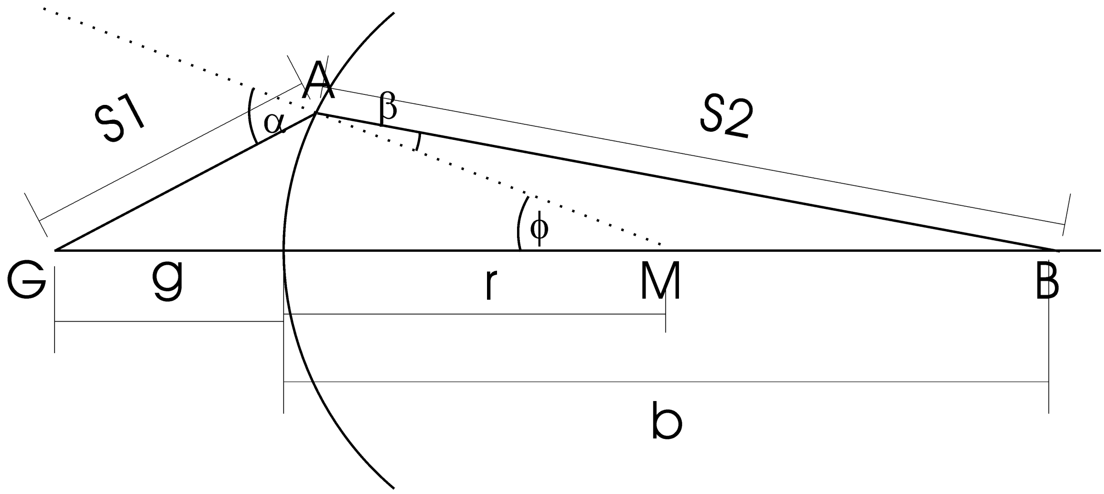
Physik für Vermessungswesen und Geoinformatik
Geometrische Optik

Dicke Linse

1 Brechung an sphärischen Flächen

Bevor wir uns mit einer ganzen Linse beschäftigen, betrachten wir die Brechung an einer sphärischen Fläche. Auf der optischen Achse liegt der Punkt G, von dem



ein Lichtstrahl ausgeht, der auf das brechende Material trifft. Die Brechzahlen der beiden Medien sind n_1 und n_2. Am Punkt A können wir das Brechungsgesetz anwenden

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \tag{1}$$

Wir wollen nun die Lage des Punktes B und damit die Bildweite b bestimmen. Dazu betrachten wir die Dreiecke GAM und ABM.

Zuerst benutzen wir den Sinussatz im Dreieck GAM. Der Winkel am Punkt A beträgt $180° - \alpha$ und die gegenüberliegende Seite ist $g + r$ lang. Der andere Winkel ist der Winkel ϕ am Punkt M, dem die Seite S_1 gegenüberliegt. Daraus folgt

$$\frac{\sin 180° - \alpha}{g + r} = \frac{\sin\phi}{S_1} \tag{2}$$

$$\frac{\sin\alpha}{g + r} S_1 = \sin\phi \tag{3}$$

Obwohl wir den Winkel ϕ nicht kennen, so können wir mit Hilfe des zweiten Dreiecks (ABM), eine andere Gleichung für ϕ herleiten. Hier wählen wir den Winkel $180° - \phi$ und die Seite S_2, außer dem den Winkel β und die Seite $b - r$

$$\begin{aligned} \frac{\sin 180° - \phi}{S_2} &= \frac{\sin\beta}{b-r} \qquad (4) \\ \frac{\sin\beta}{b-r} S_2 &= \sin\phi \qquad (5) \end{aligned}$$

Die zwei Gleichungen für ϕ lassen sich nun kombinieren. Anschließend nutzt man noch das Brechungsgesetz aus

$$\begin{aligned} \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} &= \frac{S_2}{S_1}\frac{g+r}{b-r} \qquad (6) \\ \frac{S_1}{S_2} &= \frac{g+r}{b-r}\frac{n_1}{n_2} \qquad (7) \end{aligned}$$

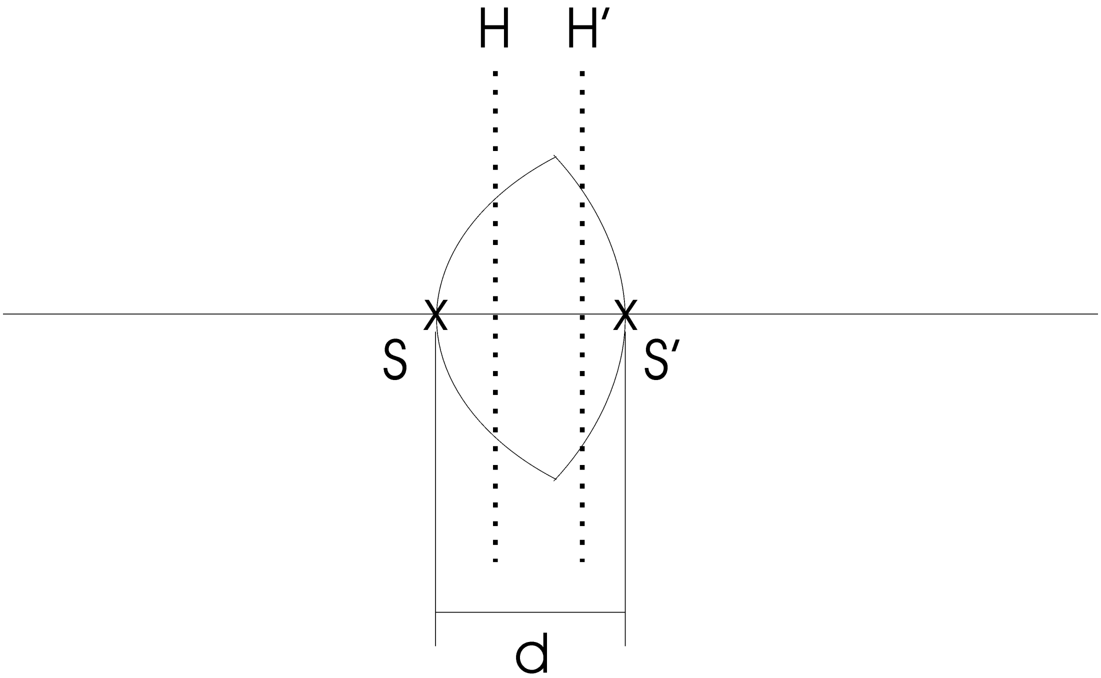
Diese Gleichung enthält als Unbekannte nur noch S_1 und S_2, da wir uns noch in der Näherung kleiner Winkel befinden, kann man annehmen, daß

$$\begin{aligned} S_1 &\approx g \qquad (8) \\ S_2 &\approx b \qquad (9) \end{aligned}$$

Womit man endgültig erhält

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r} \qquad (10)$$

2 Zusammensetzen von sphärischen Flächen



Beim Zusammensetzen von Linsen aus einzelnen gekrümmten Flächen erfolgt die Konstruktion durch Verfolgen des Strahlengangs. Wir werden dies nicht im einzelnen durchführen, sondern direkt das Konzept der Hauptebenen einführen. In der obigen Zeichnung sind die gegenstands- (H) und bildseitige ($H\prime$) Hauptebene eingezeichnet.

Die Hauptebenen werden über die Brennpunkte definiert. Genau wie bei dünnen Linsen wird auch bei dicken Linsen achsparallel einfallendes Licht im Brennpunkt gebündelt. Man nimmt dabei aber an, daß die Brechung an der jeweiligen Hauptebene stattfindet. Das heißt in diesem Fall von links (also von der Gegenstandsseite) einfallendes Licht wird an der bildseitigen Hauptebene ($H\prime$) zum bildseitigen Brennpunkt ($F\prime$) hin gebrochen.

Die Formeln für Brennpunkte und Hauptebenen wird hier nur angegeben, eine Herleitung findet sich in jedem besseren Physikbuch. Wir nehmen hier an, daß die Linse auf beiden Seiten von demselben Medium umgeben ist.

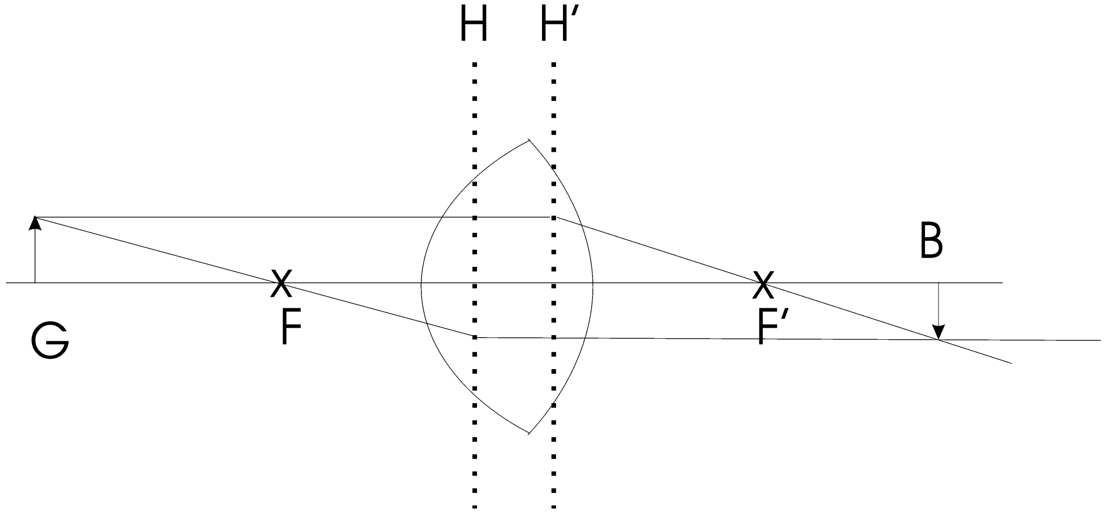
$$f = f\prime = \frac{n r_1 r_2}{(n-1)(n(r_2 - r_1) + (n-1)d)} \tag{11}$$

$$\overline{SH} = \frac{r_1 d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d} \tag{12}$$

$$\overline{S\prime H\prime} = \frac{r_2 d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d} \tag{13}$$

3 Bildkonstruktion mit dicken Linsen

Genau wie bei dünnen Linsen benutzt man bei dicken Linsen charakteristische Strahlen. Hier benutzt man allerdings ausschließlich den Brennpunkt- und den Achsenstrahl.



Wie man leicht in der Skizze erkennt zeichnet man vom Gegenstand aus einen achsparallelen Strahl bis zur Hauptebene $H\prime$ (Bildseite) der zum Brennpunkt $F\prime$ gebrochen wird. Der zweite Strahl geht vom Gegenstand durch den Brennpunkt F (Gegenstandsseite) bis zur Hauptebene H wo er achsparallel weiterläuft. Der Schnittpunkt der beiden Strahlen ergibt das Bild