

Physik für Vermessungswesen und Geoinformatik

Abbildung mit Linsen

Dicke Linse

1 Matrizen

Die Matrizen T_R für den Durchgang durch eine sphärische Fläche (Brechungsindizes n_1 und n_2 vor und nach Durchtritt durch die Fläche, Brennweite f) und T_D für den Durchgang durch ein Medium der Dicke d

$$T_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$T_D = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$f = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1} \quad (3)$$

Die Brennweite des Linsensystems ergibt sich aus dem Element C (links unten) der Matrix

$$f' = -\frac{1}{C} \quad (4)$$

$$h' = \frac{A - 1}{C} \quad (5)$$

2 Beispiele

2.1 Zylinderlinse

Radius R

Brechindex n

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & \frac{1}{n} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 + \frac{d-dn}{nr} & \frac{d}{n} \\ \frac{(n-1)(d(n-1)-2nr)}{nr^2} & \frac{d-dn+nr}{nr} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Wir machen folgende Ansätze

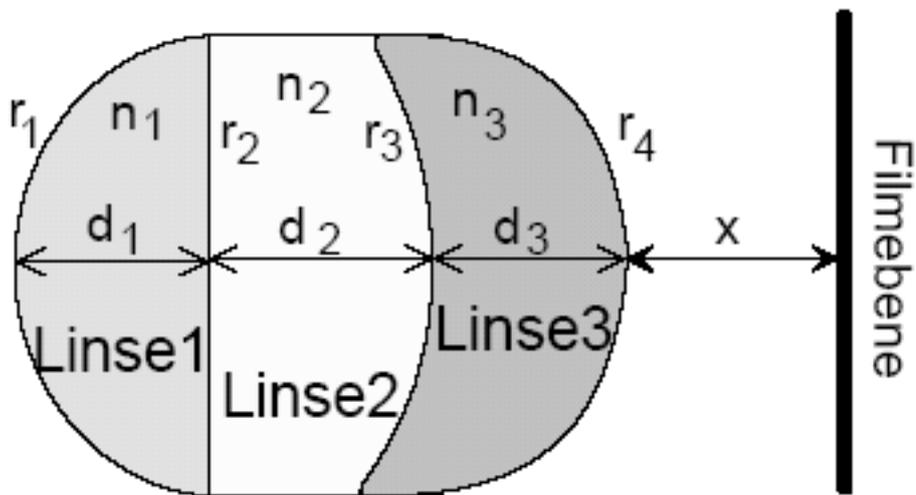
$$d = 2r \quad (8)$$

$$f_1 = \frac{nr}{n-1} \quad (9)$$

$$f_2 = \frac{r}{n-1} \quad (10)$$

Daraus folgt

$$f = \frac{nr}{2(n-1)} \quad (11)$$



Krümmungsradius	Brechungsindex	Dicke der Linse
$ r_1 = 40 \text{ mm}$	$n_1 = 1.5$	$d_1 = ?$
$ r_2 = \infty$	$n_2 = 1.45$	$d_2 = 15 \text{ mm}$
$ r_3 = 40 \text{ mm}$	$n_3 = 1.6$	$d_3 = 10 \text{ mm}$
$ r_4 = 30 \text{ mm}$		

2.2 Klausurlinse

Aus der Klausur 2000/2001 Aufg. 2.

Zuerst müssen wir die Vorzeichen der Krümmungsradien klären und dann die Brennweite der einzelnen Flächen klären. Dazu kennen wir eine Formel

$$f = \frac{n_{\text{rechts}} r}{n_{\text{rechts}} - n_{\text{links}}} \quad (12)$$

Dann ergeben sich folgende Brennweiten

Nun müssen die Matrizen für jede Brechung und jeden Durchgang durch eine Linse miteinander multipliziert werden. Die Matrix für die erste Brechung steht dabei ganz rechts, wir werden von rechts nach links multiplizieren. Achtung: Von rechts nach links multiplizieren heißt nur, daß wir die nächste Matrix immer

Krümmungsradius	Brennweite
$r_1 = +40 \text{ mm}$	$f_1 = +120 \text{ mm}$
$r_2 = \infty$	$f_2 = \infty$
$r_3 = -40 \text{ mm}$	$f_3 = -427 \text{ mm}$
$r_4 = -30 \text{ mm}$	$f_4 = 50 \text{ mm}$

wieder rechts anfügen!

$$\begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{50\text{mm}} & \frac{1}{1.5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{50\text{mm}} & \frac{2d_1}{3} \\ -\frac{1}{50\text{mm}} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = T_1 \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{\infty} & \frac{1.5}{1.45} \end{pmatrix} T_1 = \begin{pmatrix} 1 - \frac{d_1}{120\text{mm}} & \frac{2d_1}{3} \\ -\frac{1}{116\text{mm}} & \frac{2}{29} \end{pmatrix} = T_2 \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 15\text{mm} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} T_2 = \begin{pmatrix} \frac{101}{116} - \frac{d_1}{120\text{mm}} & \frac{300}{29}\text{mm} + \frac{2d_1}{3} \\ -\frac{1}{116} & \frac{20}{29} \end{pmatrix} = T_3 \quad (15)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{-427\text{mm}} & \frac{1.45}{1.6} \end{pmatrix} T_3 = \begin{pmatrix} \frac{101}{116} - \frac{d_1}{120\text{mm}} & \frac{300}{29}\text{mm} + \frac{2d_1}{3} \\ \frac{-8570-29d_1}{1484800} & \frac{12050+29d_1}{18560} \end{pmatrix} = T_4 \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 10\text{mm} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} T_4 = \begin{pmatrix} \frac{12071}{14848} - \frac{131d_1}{15360} & \frac{15625}{928} + \frac{131d_1}{192} \\ \frac{-8570-29d_1}{1484800} & \frac{12050+29d_1}{18560} \end{pmatrix} = T_5 \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{50\text{mm}} & \frac{1.6}{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12071}{14848} - \frac{131d_1}{15360} & \frac{15625}{928} + \frac{131d_1}{192} \\ \frac{-567810+3103d_1}{22272000} & \frac{1303}{1856} - \frac{107d_1}{9600} \end{pmatrix} \quad (18)$$

Im letzten Schritt muß nur noch das Element C (das Element links unten) nach der Brennweite aufgelöst werden (hier soll $f = 40\text{mm}$ sein)

$$C = -\frac{1}{f} \quad (19)$$

$$:d_1 = \frac{11010}{3103}\text{mm} \quad (20)$$