ÜBUNGEN ZUR 'EINFÜHRUNG IN DIE ASTROTEILCHENPHYSIK'

WS 2010/11 - Zettel 7 (Ausgabe: 14. Jan. 2011, Abgabe: 28. Jan. 2011)

Vorlesung: JUN-PROF DR. J. BECKER

Übung: K. BRODATZKI & M. OLIVO (RAUM: NB 7/29, TEL: 23458)

Ü-Zettel im Netz unter <http://www.tp4.rub.de/~julia/atp/>

Aufgabe 16) Der GZK-cutoff (5 Punkte)

In den 1960er Jahren wurde von Greisen, Zatsepin und Kuzmin vorhergesagt, dass das Spektrum der kosmischen Strahlung ungefähr oberhalb von $5 \cdot 10^{19}$ eV exponentiell abfallen müsse. Bei höheren Energien geht die kosmische Strahlung Wechselwirkungen mit der kosmischen Hintergrundstrahlung (engl: cosmic microwave background, CMB) ein.

- (a) Der CMB besteht aus einem im Universum isotrop und homogen verteiltem Photonenfeld, welches einem Schwarzkörperspektrum der Temperatur $T \approx 2.7$ K folgt. Berechnen Sie die Energie, die die Photonen im Maximum der Verteilung besitzen, $E_{\gamma, maximum}$.
Hinweis: Verwenden Sie hierzu das Wiensche Verschiebungsgesetz.
- (b) Nehmen Sie in allen folgenden Teilaufgaben an, dass die Wechselwirkung des CMB mit der kosmischen Strahlung hauptsächlich bei der Energie $E_{\gamma, maximum}$ stattfindet, da es bei dieser Energie die meisten Photonen gibt. Bestimmen Sie die Energieschwellen, oberhalb welcher die kosmische Strahlung Bethe-Heitler Paarproduktion durchläuft, und oberhalb welcher die Delta-Resonanz erzeugt wird.
- (c) Die mittlere freie Weglänge λ , d.h. die Strecke, die ein Teilchen im Mittel ohne Wechselwirkung durchqueren kann, ist gegeben durch

$$\lambda = \frac{1}{n \cdot \sigma} \quad . \quad (1)$$

Hier ist n die Anzahldichte des Wechselwirkungstargets, in diesem Fall also die Anzahl von Photonen pro Volumeneinheit, n_{γ} . Bestimmen Sie mit Hilfe des Stefan-Boltzmann Gesetzes die mittleren freien Weglängen der kosmischen Strahlung bezüglich Bethe-Heitler Paarproduktion und der Erzeugung der Delta-Resonanz. Verwenden Sie hierzu die Wirkungsquerschnitte $\sigma_{B.H.} \approx 10^{-29}$ cm² (Bethe-Heitler-Paarproduktion) und $\sigma_{\Delta} \approx 4 \cdot 10^{-28}$ cm² (Delta-Resonanz).

- (d) Vergleichen Sie $\lambda_{B.H.}$ und λ_{Δ} mit der Größe des Universums ($d_U \sim 1.37 \cdot 10^{10}$ Lichtjahre), der Ausdehnung eines typischen Galaxienclusters ($d_{GC} \sim 10^7$ pc) und des Durchmessers der Milchstraße ($d_M \sim 3 \cdot 10^4$ pc). Diskutieren Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 17) Hadronische Wechselwirkungen (5 Punkte)

Betrachten Sie nun den Zerfall des Delta-Teilchens $\Delta^+ \rightarrow p \pi^0$, mit $m_\Delta = 1232$ MeV, $m_{\pi^0} = 135$ MeV und $m_p = 938$ MeV.

- (a) Zeigen Sie, dass die Energie des Pions im Ruhesystem des Delta-Teilchens gegeben ist durch (Einheitensystem $\hbar = c = 1$)

$$E'_\pi = \frac{m_\Delta^2 + m_\pi^2 - m_p^2}{2 \cdot m_\Delta}. \quad (2)$$

- (b) Wie lautet die Energie des Pions im Laborsystem?
- (c) Das Pion zerfällt weiter in zwei Photonen: $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$, die jeweils die Hälfte der Pionenergie tragen. Was für eine Energie besitzen die Photonen, wenn das Delta-Teilchen mit einer im Laborsystem gemessenen Gesamtenergie von $E_\Delta = 10^{18}$ eV erzeugt wurde?

Aufgabe 18) Quellen der kosmischen Strahlung (5 Punkte)

Auf der Erde misst man das Energiespektrum der kosmischen Strahlung als gebrochenes Potenzgesetz:

$$\frac{dN_{\text{CR}}}{dE_{\text{CR}}} = \begin{cases} A \cdot \left(\frac{E_{\text{CR}}}{10^6 \text{ GeV}}\right)^{-2.7} & \text{für } 1 \text{ GeV} < E_{\text{CR}} < 10^6 \text{ GeV} \\ A \cdot \left(\frac{E_{\text{CR}}}{10^6 \text{ GeV}}\right)^{-3} & \text{für } 10^6 \text{ GeV} < E_{\text{CR}} < 3 \cdot 10^9 \text{ GeV} \\ B \cdot \left(\frac{E_{\text{CR}}}{10^6 \text{ GeV}}\right)^{-2.7} & \text{für } E_{\text{CR}} > 3 \cdot 10^9 \text{ GeV} . \end{cases} \quad (3)$$

Hier sind

$$A = 10^{-16} \text{ GeV}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \quad (4)$$

$$B = 0.95 \cdot 10^{-19} \text{ GeV}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} . \quad (5)$$

- (a) Bestimmen Sie den Energiefluss der kosmischen Strahlung,

$$j_E = \int \frac{dN_{\text{CR}}}{dE_{\text{CR}}} E_{\text{CR}} dE_{\text{CR}} , \quad (6)$$

und berechnen Sie daraus die Energiedichte

$$\rho_e = \frac{4\pi \text{ sr}}{c} \cdot j_E . \quad (7)$$

- (b) Im Mittel hält sich die kosmische Strahlung $\tau_e \approx 10^7$ yr in der Milchstraße auf. Berechnen Sie die gesamte Leuchtkraft der kosmischen Strahlung in Einheiten erg/s unter der Annahme, dass die Teilchen in der Milchstraße selbst beschleunigt werden.
Hinweis: Nähern Sie hierzu das Volumen der Milchstraße durch einen Zylinder mit Radius $r \approx 15$ kpc und Höhe $h \approx 0.3$ kpc.
- (c) Berechnen Sie die elektromagnetische Gesamtleuchtkraft von Supernovaresten in der Milchstraße unter den Annahmen, dass jeder einzelne Supernovarest mit 10^{40} erg/s ca. 1000 Jahre lang beiträgt und dass in der Galaxie ca. eine Supernovaexplosion alle 30 Jahre stattfindet, und diskutieren Sie, ob SNRs gute Kandidaten für die Quellen der kosmischen Strahlung sind.